ÉPIGRAPHE, HYPOGRAPHE (A4, A10, A11)
(11 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit E un **espace vectoriel** réel et f : E $\mapsto$ $\overline{\mathbf{R}}$ une **fonction numérique**.

On appelle :

(a) **épigraphe** de f l'**ensemble** :

(1) $\quad \text{Epi}\ (f) = \{(x, y) \in E \times \overline{\mathbf{R}} : f\ (x) \leq y\}$;

(b) **hypographe** de f l'ensemble Hypo (f) complémentaire (dans E x $\overline{\mathbf{R}}$) de Epi (f).

(2) $\quad \text{Hypo}\ (f) = \{(x, y) \in E \times \overline{\mathbf{R}} : f\ (x) > y\} = \{\text{Epi}\ (f)\}^c$.

(ii) On montre que :

(a) f est une **fonction convexe** ssi Hypo (f) est une **partie convexe** de E x $\overline{\mathbf{R}}$.

(b) f est semi-continue inférieurement ssi Epi (f) est une partie fermée de E x $\overline{\mathbf{R}}$ (ce qui suppose que E est un **espace vectoriel topologique**).