ÉPREUVE DE BERNOULLI (B, F)
(24 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Une **épreuve de BERNOULLI** décrit un schéma de tirage probabiliste parmi les plus simples (cf **schéma probabiliste**).

(i) Soit (Ω, $\mathcal{T}$, P) un **espace probabilisé** tq $\Omega = \{0, 1\}^N$ (où N $\in$ **N***) et $\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$.

On appelle **suite d'épreuves de J. BERNOULLI** de longueur N et de **paramètre** p $\in$ [0, 1] une **expérience aléatoire** tq, si $\omega \in \Omega$, la **probabilité** P vérifie :

(1) $\quad P(\{\omega\}) = p^x (1 - p)^{N - x}$,

où x représente le nombre de 1 (donc N - x le nombre de 0) présents dans la suite finie $\omega = (\omega_1, ..., \omega_N)$.

Si N = 1, on parle simplement d'**épreuve de BERNOULLI**.

L'expérience précédente équivaut à N expériences aléatoires indépendantes (cf **indépendance stochastique**). Pour chaque expérience n° n, on peut écrire (expérience à deux éventualités) :

(2) $\quad P_n(\{\omega_n\}) = p \, . \, \delta(\omega_n) + (1 - p) \, . \, \delta(1 - \omega_n)$,

où $\omega_n \in \{0,1\}$ et $\delta(\omega)$ est la masse de DIRAC placée au point ω (cf **loi de DIRAC**). Par suite, $P = \otimes_n P_n$.

En particulier, les valeurs 0 et 1 peuvent représenter un **codage d'une variable** à deux modalités a et b (cf **codage**, **variable binaire**, **variable indicatrice**).

(ii) Plus généralement, soit $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_M\}^N$ (M éventualités), avec N $\in$ **N***, et $\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$.

On appelle **suite (généralisée) d'épreuves de J. BERNOULLI** de longueur N et de paramètre $(p_1, ..., p_M)$ une expérience aléatoire tq, si $\omega \in \Omega$, la probabilité P vérifie :

(3) $\quad P(\{\omega\}) = \Pi_{m=1}^{M} p_m^{x(m)}$,

où $p_m \geq 0$ et $\Sigma_{m=1}^{M} p_m = 1$ (cf **simplexe** de $\mathbf{R}^M$). Le M-uple $(x_1, ..., x_M)$ décrit le nombre d'occurrences x_1 de l'éventualité ω_1 ,..., et le nombre d'occurrences x_M de l'éventualité ω_M , dans la suite finie :

(4) $\quad \omega = ((\omega_{11} \dots \omega_{1N}) / \dots \dots \dots / (\omega_{M1} \dots \omega_{MN})) \in \Omega$

(où / désigne un saut de ligne).

L'expérience précédente équivaut à N expériences aléatoires indépendantes. Au cours de l'expérience n° $n \in \mathbb{N}_N^*$, on a (expérience à M éventualités) :

(5) $$P_n (\{\omega_n\}) = p_1 \, \delta (\omega_1) + \ldots + p_M \, \delta (\omega_M),$$

où $\omega_n \in \{\omega_1 ,\ldots, \omega_M\}$ et $P = \Pi_{n=1}^N P_n$.