EPSILON-CAPACITÉ (A4)
(15 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (E, d) un **espace métrique** compact (cf **espace compact**). Pour tout $\varepsilon > 0$, on note N_ε (E) le plus grand entier $n \in \mathbf{N}$ tq E possède une suite finie $(x_i)_{i=1,\ldots,n}$ de n éléments distincts tq :

(1) $d(x_\alpha, x_\beta) > \varepsilon, \qquad \forall (a, b) \in (N_n^*)^2$ tq $b \neq a$;

On appelle alors **epsilon-capacité** (ou **ε-capacité**) (**au sens de A.N. KOLMOGOROV**) de E le nombre :

(2) $g_\varepsilon(E) = \text{Log } N_\varepsilon(E)$.

(ii) Soit $\mathscr{F}$ la famille des fermés de E (cf **ouvert**). Si $A \in \mathscr{F}$ et $B \in \mathscr{F}$ sont non vides, on a :

(3)
$$N_\varepsilon(A \cup B) \leq N_\varepsilon(A) + N_\varepsilon(B),$$
$$g_\varepsilon(A \cup B) \leq g_\varepsilon(A) + g_\varepsilon(B).$$

(ii) Si E est un **espace normé** réel de dimension finie (dim E = p) et si $K \in \mathscr{K}(E)$ (classe des **parties compactes** de E), alors il existe un nombre $\lambda > 0$ tq :

(4) $N_{2\varepsilon}(K) \geq \lambda \, . \, \varepsilon^{-p}$.

De plus, si $K° = \text{Int } K \neq \varnothing$ (cf **intérieur**), on a :

(5) $g_\varepsilon(K) \sim_{\varepsilon \to 0+} -p \, . \, \text{Log } \varepsilon$.