EPSILON-ENTROPIE (A4, G6)

(i) Soit (E, d) un **espace métrique** compact (cf **espace compact**). Pour tout $\varepsilon > 0$, soit N_ε (E) le plus petit entier $n \in \mathbf{N}$ tq E admet un recouvrement constitué de n ensembles dont les **diamètres** sont majorés par $2\ \varepsilon$.

On appelle **epsilon-entropie** (ou **ε-entropie**) (**au sens de A.N. KOLMOGOROV**) le nombre :

(1) $H_\varepsilon(E) = \operatorname{Log} N_\varepsilon(E)$.

(ii) On montre que :

(a) si $A \in \mathscr{F}$ et $B \in \mathscr{F}$ (famille des fermés de E) sont non vides, alors :

(2)
$$N_\varepsilon(A \cup B) \leq N_\varepsilon(A) + N_\varepsilon(B),$$
$$H_\varepsilon(A \cup B) \leq H_\varepsilon(A) + H_\varepsilon(B) ;$$

(iii) Si E est un **espace normé** réel de dimension finie (Dim E = p) et si $K \in \mathscr{K}(E)$ (classe des **parties compactes** de E), il existe un nombre $\lambda > 0$ tq :

(3) $N_\varepsilon(K) \leq \lambda \,.\, \varepsilon^{-p}$.

De plus, si $K° = \operatorname{Int} K \neq \varnothing$ (cf **intérieur**), on a :

(4) $H_\varepsilon(K) \sim_{\varepsilon \to 0+} -p \,.\, \operatorname{Log} \varepsilon$.