

## ÉQUATION ALÉATOIRE (A4, A7, A16, J, N)

(15 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) De façon générale, on appelle **équation aléatoire** toute équation de la forme  $f(\xi) = \eta$  dans laquelle :

(a)  $(\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$  est un **couple aléatoire**, où  $(\Omega, \mathcal{F})$ ,  $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$  et  $(\mathcal{Y}, \mathcal{G})$  sont des **espaces mesurables** donnés ;

(b)  $f$  est une application elle-même aléatoire (cf aussi **application aléatoire**, **fonction aléatoire**), définie sur l'espace  $(\Omega, \mathcal{F})$  et à valeurs dans l'espace  $(\mathcal{Y}, \mathcal{G})$ . On note généralement  $f(\xi(\omega))(\omega)$ , ou simplement  $f_\omega(\xi(\omega))$ , la valeur dans  $\mathcal{Y}$  de  $f$  au « point »  $\omega \in \Omega$ .

(ii) Dans un **modèle d'interdépendance**, on appelle **équation aléatoire** toute équation contenant une **perturbation aléatoire** non dégénérée, ie non presque sûrement égale à zéro. Cette perturbation est une **va** inobservable (cf **variable observable**), parfois appelée **erreur sur l'équation** pour la distinguer de la notion d'**erreur sur une variable** (cf **modèle à erreurs sur les variables**).

On suppose que l'équation du modèle, écrite dans l'**espace des variables**, est de la forme :

$$(1) \quad f(\xi, \eta) = \varepsilon,$$

dans laquelle  $f$  incorpore généralement des **paramètres d'intérêt**,  $\xi$  est constitué de  $K$  **variables exogènes** et  $\eta$  de  $G$  **variables endogènes**.

On dit alors que (1) est une **équation aléatoire** ssi  $\varepsilon \neq 0$  (P-p.s.), qu'elle est une **équation déterministe** ssi  $\varepsilon = 0$  (P-p.s.). Dans ce dernier cas, on parle souvent d'**identité** (ie  $f$  n'incorpore aucun paramètre à estimer).

(iii) Dans un problème d'**optimisation** stochastique (eg **programmation stochastique** : **programmation mathématique** ou **contrôle optimal** stochastique, **équation différentielle stochastique**, etc), on appelle **équation aléatoire** une équation faisant partie des **contraintes** du problème (eg une **équation d'évolution**) et contenant une perturbation aléatoire.