

ÉQUATION DE VRAISEMBLANCE (H3)

(29 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Une **équation de vraisemblance** est une **équation estimante** particulière qui joue un rôle très important lorsque l'**inférence statistique** est basée sur un **modèle dominé**.

(i) On considère une **représentation statistique** dominée par une mesure donnée, dont la **vraisemblance** $\theta \mapsto L(\cdot, \theta)$ est paramétrée par $\theta \in \Theta \subset \mathbf{R}^Q$ (cf **modèle paramétrique, paramétrique**).

L'**équation de vraisemblance** est définie par la condition du premier ordre (**gradient**) résultant de la maximisation de la **fonction de vraisemblance** par à son **paramètre** θ (cf **vraisemblance, méthode du maximum de vraisemblance**).

L'annulation des Q dérivées partielles conduit ainsi au système d'équations suivant, appelé **équations de vraisemblance** lorsque les équations scalaires sont distinguées :

$$(1) \quad \partial L(\cdot, \theta) / \partial \theta_q = 0, \quad \forall q = \{1, \dots, Q\},$$

ou encore **équation de vraisemblance** lorsque ces équations sont écrites sous forme vectorielle :

$$(2) \quad \text{Grad}_\theta L(\cdot, \theta) = 0 \in \mathbf{R}^Q.$$

Cette condition nécessaire d'**optimisation** ne suffit pas toujours à assurer un maximum. Il faut donc parfois la compléter par une condition du second ordre : positivité de la **matrice jacobienne** calculée à partir de la vraisemblance.

(ii) Lorsque le modèle statistique n'est pas de type dominé, on utilise une **méthode non paramétrique** adaptée pour estimer le modèle (cf **estimateur de la densité, estimateur de la fonction de répartition, estimateur par le noyau, estimation non paramétrique**).