ÉQUATIONS DE HAMILTON (A11)
(10 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Dans le contexte du **calcul des variations**, on suppose que $A = \mathbf{R}^n$, $\varphi = (\varphi_1, ..., \varphi_n)$ et $x = z \in \mathbf{R}^n$.

Les **équations de EULER-LAGRANGE** deviennent alors un **système différentiel** comportant 2 n + 1 variables $(t, m_1, ..., m_n, z_1, ..., z_n)$, ie :

$$t = t,$$

(1) $$x = z \in \mathbf{R}^n,$$

$$\partial f / \partial m_i = (d / dt) (\partial f / \partial z_i), \qquad \forall\, i \in N_n^*.$$

Les **dérivées partielles** du premier ordre, notées :

(2)
$$p = \partial f / \partial z, \qquad \text{ie } p_i = \partial f / \partial z_i, \qquad \forall\, i \in N_n^*,$$
$$q = m, \qquad \text{ie } q_i = m_i, \qquad \forall\, i \in N_n^*,$$

conduisent à la **fonction de W.R. HAMILTON**, ou **hamiltonien**, H définie selon :

(3) $$H(t, p, q) = \Sigma_{i=1}^{n}\, p_i\, z_i - f(t, q, z).$$

Par suite, les équations de EULER-LAGRANGE deviennent les **équations (canoniques) de W.R. HAMILTON**, associées à H, ie :

(4)
$$p_i' = - \partial H / \partial q_i, \qquad \forall\, i \in N_n^*,$$
$$q_i' = \partial H / \partial p_i, \qquad \forall\, i \in N_n^*.$$