ÉQUIVALENCE DISTRIBUTIONNELLE (K5)
(13 / 06 / 2019)

(i) En **analyse factorielle des correspondances**, T représente un **tableau statistique** initial et F = $(f_{ij})_{(i,j)\,\in\,I\times J}$ le **tableau de contingence** constitué de ses fréquences relatives empiriques (cf **fréquence empirique**, **fréquence relative**). On note symboliquement I = {1 ,..., I} et J = {1 ,..., J}.

On adopte les **distances** pondérées suivantes :

(a) entre points $f_{j'}$ et $f_{j''}$ de $\mathbf{R}^I$:

(1) $$d_I^2\,(f_{j'}\,,\,f_{j''}) \;=\; \Sigma_{i\,\in\,I}\,(f_{i.})^{-1}\,\{(f_{ij'}\,/\,f_{.j'}) - (f_{ij''}\,/\,f_{.j''})\}^2,$$

dans laquelle $f_j = (f_{1j}\,/\,f_{.j}\,,...,\,f_{Ij}\,/\,f_{.j})'$, avec j = j' ou j = j'' ;

(b) entre points $F_{i'}$ et $F_{i''}$ de $\mathbf{R}^J$:

(2) $$d_J^2\,(F_{i'}\,,\,F_{i''}) \;=\; \Sigma_{,j\,\in\,J}\,(f.j)^{-1}\,\{(f_{i'}\,/\,f_{i'}.) - (f_{i''j}\,/\,f_{i''}.\}^2,$$

dans laquelle $F_i = (f_{i1}\,/\,f_{i}.\,,...,\,f_{iJ}\,/\,f_{i}.)'$, avec i = i' ou i = i''.

(ii) Ces distances vérifient le **principe d'équivalence distributionnelle**, ie (cf **invariance**) :

(a) dans $\mathbf{R}^I$, s'il existe j'' $\neq$ j' tq $f_{j'} = f_{j''} = f_0$, et si l'on affecte à f_0 la masse $m_0 = f_{.j'} + f_{.j''}$, alors les distances définies en (1) sont invariantes (ie inchangées) ;

(b) dans $\mathbf{R}^J$, s'il existe i'' $\neq$ i' tq $F_{i'} = F_{i''} = F_0$, et si l'on affecte à F_0 la masse $M_0 = F_{i'.} + F_{i''.}$, alors les distances définies en (2) sont invariantes (ie inchangées).