ESPACE AFFINE (A3)
(15 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion algébrique d'**espace affine** aide à l'interprétation géométrique de certaines propriétés statistiques. Elle intervient eg : en **analyse des données** (**nuage de points** analysé pr à leur barycentre), en théorie de la **régression** (**modèle linéaire** avec « **constante** », régression affine).

(i) Soit E un **espace vectoriel** sur un corps commutatif **K**.

On dit qu'un **ensemble** A, constitué d'éléments appelés **points**, est un **espace affine** associé à E ssi il existe une **application** :

(1) $\varphi : (M, x) \mapsto M + x = \varphi(M, x)$

de A x E dans A tq :

(2) $\forall (M, N) \in A^2, \exists x \in E$, unique, tq : $N = \varphi(M, x)$.

(ii) On note que :

(a) le choix d'un **point privilégié** $O \in A$ fait du couple (A, O) un espace affine muni d'une **origine**. L'application $M \mapsto OM$ est une **application bijective** $A \mapsto E$ qui identifie donc A à E : $\varphi(OM, x) = OM + x$;

(b) inversement, l'application $(x, y) \in E^2 \mapsto x + y = \varphi(x, y) \in E$ permet de considérer l'ev E comme un espace affine attaché à lui-même. Par exemple, si $V \triangleleft E$ est un sous-espace vectoriel de E et si $M \in E$, l'ensemble $W = \{y \in E : y = x + M, \forall x \in E\}$ est un sous-espace affine de E, lui-même considéré comme espace affine.

(iii) Lorsque **K** = **R**, on dit que $P \subset A$ est une **partie étoilée** pr à l'un de ses points $M \in A$ ssi, $\forall N \in P$, le segment :

(3) $[M, N] = \{M + \lambda x : x = N - M, \forall \lambda \in [0,1]\}$,

formé des points de A qui joignent M et N, est inclus dans P, ie $C = [M, N] \subset P$.