ESPACE COMPACT (A4)
(15 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (E, $\mathcal{O}$) un **espace topologique**.

On dit que (E, $\mathcal{O}$) est un **espace compact** ssi :

(a) c'est un **espace séparé** (**axiome de F. HAUSSDORFF**) ;

(b) c'est un **espace quasi-compact** (**axiome de quasi-compacité**), ie de tout **recouvrement** ouvert de E on peut extraire un sous-recouvrement fini :

(1) $U = (U_i)_{i \in I}$ (I quelconque) tq $U_i \in \mathcal{O}$, $\forall\, i \in I$, et $\cup_{i \in I} U_i \supset E$
$\Rightarrow \quad \exists\, J \subset I$ (Card $J < +\infty$) tq : $\cup_{j \in J} U_j \supset E$.

(ii) Une partie K d'un espace topologique quelconque (E, $\mathcal{O}$) est appelée **partie compacte** ssi, en tant que sous-espace topologique de E, elle est un espace topologique compact.

On note $\mathcal{K}_E$ ou $\mathcal{K}(E)$ la **classe des parties compactes** K d'un espace topologique (non nécessairement compact) E.