

## ESPACE COMPLET (A4)

(22 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit  $(E, d)$  un **espace métrique**.

On dit que  $(E, d)$  est un **espace complet** ssi toute **suite de CAUCHY** sur  $E$  est convergente dans  $E$  (ie converge vers un élément de  $E$ ).

(ii) Si  $(E, d)$  n'est pas complet, il est possible d'en faire un espace métrique complet  $(\bar{E}, d)$  en sorte que  $E$  soit un sous-espace métrique de  $\bar{E}$  dense dans  $\bar{E}$  (ie  $\text{Adh } E = \bar{E}$ , où  $\text{Adh}$  désigne l'adhérence) (cf **partie dense**).

On appelle  $\bar{E}$  le complété de  $E$ . La méthode définissant ce plongement est la **méthode de complétion de G. CANTOR - C. MÉRAY**.

(iii) L'intérêt d'un espace complet vient de ce que les suites de CAUCHY y sont d'usage commode : en effet, dans un espace complet, on peut prouver la convergence d'une suite de CAUCHY sans connaître sa limite.