ESPACE DE LORENTZ (A5)
(29 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit :

(a) $W : \mathbf{R}_+ \mapsto \mathbf{R}_+$ une **fonction de poids** décroissante tq :

(1)
$$W(0+) = +\infty, \qquad W(+\infty) = 0+,$$
$$\int \mathbf{1}(\mathbf{R}_+)\, W(t)\, dt = 1,$$

où $\mathbf{1}(B)$ désigne la **fonction indicatrice** d'une **partie** $B \in \mathscr{B}(\mathbf{R}_+)$ (**tribu borélienne** de $\mathbf{R}_+$) ;

(b) X une fonction mesurable quelconque définie sur $\mathbf{R}_+$, dont le **réarrangement décroissant** est défini comme la **va** décroissante X^* de même **loi** que X, ie tq :

(2) $\mathscr{L}(X^*) = \mathscr{L}(X)$;

(c) $p \in [1, +\infty[$;

On appelle alors **espace de H.A. LORENTZ** associé à W, et l'on note $L_W{}^p(\mathbf{R}_+)$, l'espace des fonctions mesurables X sur $\mathbf{R}_+$ tq :

(3) $||X|| =^{\text{déf.}} \int_{\mathbf{R}+} \{X^*(t)\}^p\, W(t)\, dt < +\infty.$

(ii) Un espace de LORENTZ est un **espace de BANACH** réel.