**ESPACE FONDAMENTAL (C)**
(30 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) En **calcul des probabilités**, on appelle **espace fondamental**, ou **espace de base**, ou encore **espace initial**, un **espace mesurable**, ou un **espace probabilisable**, dont les éléments sont considérés comme des **événements aléatoires** élémentaires.

(a) comme espace mesurable (ou probabilisable), un espace fondamental est généralement noté $(\Omega, \mathcal{T})$, notation dans laquelle :

$(a)_1$ $\Omega$ est appelé (en conformité) **ensemble fondamental**, ou **ensemble de base**, ou encore **ensemble initial**. Il s'agit donc d'un **ensemble** d'entités $\omega$ que l'on considère comme des **unités statistiques** : eg **population**, **expérience**, etc ;

$(a)_2$ $\mathcal{T}$ est une **tribu de parties**, aussi appelée **tribu d'événements** : ses éléments (**parties mesurables**) A peuvent être des « réalisations » ou « résultats », simples ou complexe : groupes d'unités statistiques (individus, etc) ;

(b) comme espace mesuré (ou probabilisé), un espace fondamental est généralement noté $(\Omega, \mathcal{T}, P)$, notation dans laquelle P désigne une **mesure de probabilité** définie sur $\mathcal{T}$.

Cette notion peut s'adapter à des **contextes** très divers, et le formalisme qui lui est associé est très souple.

(ii) La notion d'espace fondamental se distingue généralement de celle d'**espace d'observation** : la première décrit ou dénombre des unités (plus ou moins complexes) $\omega \in \Omega$, tandis que la seconde décrit soit des « **attributs** » (ou des « **caractères statistiques** ») $\kappa(\omega)$, soit des « grandeurs » $\xi(\omega)$, qui peuvent être affecté(e)s à chaque unité $\omega$ (cf **loi multivariée**). Ces « valeurs » sont souvent appelé(e)s **observations**. Ainsi :

(a) dans le cas numérique (cf **variable quantitative**), on constitue un espace d'observation $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ à partir de l'ensemble $\mathcal{X}$ des valeurs possibles pour $\xi(\omega)$, $\mathcal{B}$ étant une tribu associée ;

(b) dans le cas non numérique (cf **variable qualitative**), on constitue un espace d'observation $(\mathcal{K}, \mathcal{D})$ à partir de l'ensemble $\mathcal{K}$ des valeurs possibles pour $\kappa(\omega)$, $\mathcal{D}$ étant une tribu associée. $\mathcal{K}$ est généralement un ensemble fini de la forme $\mathcal{K} = \{k_1, ..., k_M\}$ dans lequel toute « valeur » $k_m$ prise par k est appelée **modalité**.

(c) dans le cas morphologique (cf **variable morphologique**), l'espace d'observation est constitué de formes diverses.

Les applications $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ et $\kappa : \Omega \mapsto \mathcal{K}$ sont admises comme mesurables : ce sont donc des **variables aléatoires**.

A titre d'exemples :

(a) les évènements élémentaires $\omega$ (éléments de $\Omega$) d'un **plan d'expérience** sont des **unités expérimentales** (eg individus appartenant à une espèce, animale ou végétale, etc), ou parfois des **blocs** constitués avec ces unités (tribus animales, parcelles de terrain, etc). On peut observer sur ces unités diverses variables (eg dimensions, poids, fécondité, etc) et les « mesures » de ces variables sur ces unités ;

(b) les évènements élémentaires $\omega$ (éléments de $\Omega$) d'un **plan de sondage** sont appelés **unités de sondage** (personnes physiques, ménages, animaux, etc), ou parfois des groupements constitués avec ces unités (eg **grappes**, **strates**, etc) ;

(c) les événements élémentaires $\omega$ d'un **processus stochastique** $X = \{(\Omega, \mathcal{T}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ sont appelés **trajectoires** du processus, ie se voient associer la fonction $t \in T \mapsto X_t(\omega) \in \mathcal{X}$.

(iii) Les valeurs des variables précédentes sont généralement observables. Il peut cependant arriver que certaines :

(a) soient absentes (cf **lacune**) ;

(a) ne soient pas observables (cf **observabilité**, **inobservabilité**) ;

(b) soient partiellement observables (cf **censure**, **type de censure**) ;

(b) soient mal observées (cf **erreur**, **modèle à erreurs sur les variables**) ;

(d) posent des problèmes d'interprétation (et **aberration**, **mélange légal**) ;