ESPACE GAUSSIEN (C1, C7)
(21 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $\mathcal{X} = \mathbf{R}$ (ou $\mathbf{C}$).

On appelle **espace gaussien** (réel si $\mathcal{X} = \mathbf{R}$, complexe si $\mathcal{X} = \mathbf{C}$) l'espace $G_{\mathcal{X}}$ engendré par les (classes d'équivalence de) **variables aléatoires** gaussiennes X (réelles si $\mathcal{X} = \mathbf{R}$, complexes si $\mathcal{X} = \mathbf{C}$) (cf **variable gaussienne complexe**).

On a donc : $G_{\mathcal{X}} \triangleleft L_{\mathcal{X}}^2 (\Omega, \mathcal{T}, P)$ (sous-**espace vectoriel**).

(ii) On dit (cf **centrage**, **loi normale réduite**, **variable réduite**) :

(a) que $G_{\mathcal{X}}$ est un **espace gaussien centré** ssi $E\,X = 0$, $\forall X \in G_{\mathcal{X}}$;

(b) lorsque $\mathcal{X} = \mathbf{R}$, que $G_{\mathbf{R}}$ est un **espace gaussien réel centré réduit** (ou **normalisé**, ou encore **standardisé**) ssi, $\forall X \in G_{\mathbf{R}}$:

$$(1) \quad \begin{aligned} E\,X &= 0, \\ E\,X^2 &= 1\,; \end{aligned}$$

(c) lorsque $\mathcal{X} = \mathbf{C}$, que $G_{\mathbf{C}}$ est un **espace gaussien complexe centré réduit** (ou **normalisé**, ou encore **standardisé**) ssi, $\forall Z \in G_{\mathbf{C}}$:

$$(2) \quad \begin{aligned} E\,Z &= 0, \\ E\,|Z|^2 &= 1. \end{aligned}$$