ESPACE NORMAL (A4)
(28 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit (E, $\mathcal{O}$) un **espace topologique** et $\mathcal{F}$ la **famille** de ses parties fermées (cf **partie ouverte**).

On dit que (E, $\mathcal{O}$) est un **espace normal** ssi, $\forall$ $(F_1, F_2) \in \mathcal{F}^2$ tq $F_1 \cap F_2 = \varnothing$ (fermés disjoints), il existe des **voisinage** disjoints $\mathcal{V}_{F1}$ et $\mathcal{V}_{F2}$ resp de F_1 et de F_2.

(ii) On montre que, si (E, $\mathcal{O}$) est un espace normal, il existe, $\forall$ $(F_1, F_2) \in \mathcal{F}^2$ tq $F_1 \cap F_2 = \varnothing$, une fonction continue $f : E \mapsto [0, 1]$ vérifiant (cf **application continue**) :

$$(1) \quad \begin{aligned} f(F_1) &= 0, \\ f(F_2) &= 1. \end{aligned}$$