

## ESPACE PRÉCOMPACT (A4)

(22 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $(E, d)$  un **espace métrique**.

L'espace  $(E, d)$  est un **espace précompact** ssi,  $\forall \varepsilon > 0$ , il existe une **suite** finie  $a = (a_i)_{i \in I}$  ( $I$  fini) d'éléments de  $E$  tq la suite des **boules** ouvertes  $B(a_i, \varepsilon)$  (où  $i \in I$ ) forme un **recouvrement** ouvert de  $E$  :

$$(1) \quad \forall \varepsilon > 0, E = \bigcup_{i \in I} B(a_i, \varepsilon) \quad (\text{ou aussi } E \subset \bigcup_{i \in I} B(a_i, \varepsilon)).$$

Il est équivalent de dire que,  $\forall \varepsilon > 0$ , il existe un recouvrement fini de  $E$  par des ensembles de **diamètres** inférieurs à  $\varepsilon$ .

(ii) La définition s'applique à une partie  $P$  de  $(E, d)$ , considérée comme espace métrique.  $P$  est alors appelée **partie précompacte** de  $E$ .

(iii) Si  $E = \mathbf{R}^n$  (resp  $\mathbf{C}^n$ ), la famille des parties précompactes de  $E$  est celle de ses **parties bornées**.