

ESPACE PRÉCOMPACT (A4)

(22 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (E, d) un **espace métrique**.

L'espace (E, d) est un **espace précompact** ssi, $\forall \varepsilon > 0$, il existe une **suite** finie $a = (a_i)_{i \in I}$ (I fini) d'éléments de E tq la suite des **boules** ouvertes $B(a_i, \varepsilon)$ (où $i \in I$) forme un **recouvrement** ouvert de E :

$$(1) \quad \forall \varepsilon > 0, E = \bigcup_{i \in I} B(a_i, \varepsilon) \quad (\text{ou aussi } E \subset \bigcup_{i \in I} B(a_i, \varepsilon)).$$

Il est équivalent de dire que, $\forall \varepsilon > 0$, il existe un recouvrement fini de E par des ensembles de **diamètres** inférieurs à ε .

(ii) La définition s'applique à une partie P de (E, d) , considérée comme espace métrique. P est alors appelée **partie précompacte** de E .

(iii) Si $E = \mathbf{R}^n$ (resp \mathbf{C}^n), la famille des parties précompactes de E est celle de ses **parties bornées**.