ESPACE PROBABILISABLE, ESPACE PROBABILISÉ (A5, B1)
(10 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un **espace probabilisable** est un espace mesurable particulier, dont le rôle est fondamental en **calcul des probabilités** aussi bien qu'en **Statistique**. Ce concept représente un moyen de description de diverses familles d'événements ainsi que de leur probabilité d'occurrence.

(i) Un **espace probabilisable** est un **espace mesurable** (E, $\mathscr{A}$) tq $\mathscr{A}$ est une **tribu de parties** de E, ou **tribu** sur E.

(ii) En calcul des probabilités, un **espace (probabilisable) fondamental**, ou **espace (probabilisable) initial**, ou **espace (probabilisable) de base**, est plutôt noté (Ω, $\mathscr{T}$), où :

(a) Ω est un **ensemble fondamental**, ie un ensemble de référence constitué d'**unités statistiques**, souvent appelé **population** : ensemble d'individus faisant l'objet d'un **sondage**, ensemble d'**unités expérimentales** soumises à une **expérience**, etc ;

(b) $\mathscr{T}$ est une **tribu d'événements** (simples ou complexes) : réalisation ou résultat simple ou complexe (unité statistique ou individu, groupe d'unités ou d'individus, etc).

On adopte parfois une définition plus large dans laquelle $\mathscr{T}$ est remplacée par une **famille** $\mathscr{A}$ de **parties** de Ω plus générale (**clan**, **anneau de BOOLE** ou algèbre de BOOLE), ou simplement par une famille quelconque de parties de Ω (événements d'intérêt pour le **statisticien**). Une tribu $\mathscr{T}$ peut éventuellement être engendrée à partir de ces familles plus simples (cf **tribu engendrée**).

(iii) On effectue généralement des **observations** (descriptions, **mesures**, etc) sur les éléments $\omega \in \Omega$. Une **variable aléatoire** $\xi : \Omega \mapsto \mathscr{X}$ peut alors être définie, où $\mathscr{X}$ est l'ensemble dans lequel on observe diverses « valeurs » (ou **observations**). Lorsque $\mathscr{X}$ n'est pas doté a priori d'une structure d'espace probabilisable, $\mathscr{B}$ est la **tribu image** de $\mathscr{T}$ par ξ (au lieu de l'ensemble $\mathscr{P}(\mathscr{X})$ de toutes ses parties). Par suite, ξ est simplement supposée implicitement ($\mathscr{T}$,$\mathscr{B}$)-mesurable.

L'espace associé à l'ensemble des observations $\mathscr{X}$, et muni de la tribu $\mathscr{B}$, est noté ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$) : on l'appelle **espace (probabilisable) d'observation**, ou **espace (probabilisable) final**, ou **espace (probabilisable) d'échantillonnage** (cf **espace d'échantillonnage**).

(iv) Si P est une **mesure de probabilité** définie sur $\mathcal{T}$, on appelle **espace probabilisé (fondamental)** le triplet $(\Omega, \mathcal{T}, P)$.

Si $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ est un **espace d'observation**, l'espace probabilisé associé est défini par adjonction de la **loi de probabilité** P^{ξ} de la **va** ξ, ie de la probabilité image de P par ξ et définie par $\mathcal{B}$ (cf **mesure image**). L'espace $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P^{\xi})$ obtenu de la sorte s'appelle **espace probabilisé image** de $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ par ξ.