ESPACE VECTORIEL QUOTIENT (A3)
(17 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit E un **espace vectoriel** sur un corps commutatif **K**, L un sous-espace vectoriel de E (propriété notée $L \triangleleft E$).

On définit une **relation d'équivalence** ~ sur E en posant :

(1) $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in L$.

On appelle alors :

(a) **espace (vectoriel) quotient** de E par ~ l'ensemble quotient E / ~ (aussi noté E / L) constitué des **classes d'équivalence** ainsi définies ;

(b) **codimension** de L dans E la dimension de E / L :

(2) $\text{codim}_E\, L$ ou $\text{codim}\, L = \dim (E / L)$.

(ii) Si $\dim E = n < +\infty$, on montre que :

(a) $\dim L + \text{codim}\, L = \dim E = n$;

(b) si, de plus, M est un sous-espace vectoriel supplémentaire de L dans E, alors $\dim M = \text{codim}\, L$.

(iii) On appelle **droite** de E une variété linéaire L de E tq $\text{Dim}\, L = 1$. On appelle **plan** de E une variété linéaire L de E tq $\dim L = 2$.

Un **hyperplan** de E est une variété linéaire L de E tq $\text{codim}_E\, L = 1$. Si $\dim E = n < +\infty$, un tel hyperplan vérifie : $\dim L = n - 1$.