

ESTIMATEUR CONVERGENT (H7)

(04 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Un **estimateur** T_N d'un **paramètre** θ (ou d'une fonction $g(\theta)$ de ce paramètre) est appelé **estimateur convergent** ssi il converge en probabilité (cf **convergence en probabilité**) vers (la **vraie valeur** de) ce paramètre (ou de cette fonction) lorsque la taille d'**échantillon** N tend vers l'infini, et cela quelle que soit la vraie valeur du paramètre, ie :

$$(1)_a \quad P\text{-}\lim_N T_N = P\text{-}\lim_N t_N(X) = \theta \quad (\text{ou } g(\theta)), \quad \forall \theta \in \Theta.$$

(ii) C'est l'usage qui a attribué, de façon implicite, à l'expression « estimateur convergent » le sens de « convergence en probabilité ».

On peut cependant qualifier d'**estimateur convergent** tout estimateur qui converge vers θ (ou vers $g(\theta)$) selon un autre **mode de convergence** stochastique (eg **convergence en loi**, **convergence dans L^p** , **convergence presque sûre**).

Il est alors préférable de préciser le mode de convergence considéré, soit :

$$(1)_b \quad T_N \xrightarrow{\mathcal{L}} \theta \quad (\text{resp } T_N \xrightarrow{\mathcal{L}} g(\theta)) \quad (\text{convergence en loi})$$

(la loi limite étant dégénérée : **loi de DIRAC** au point θ (ou $g(\theta)$),

$$(1)_c \quad T_N \xrightarrow{L^p} \theta \quad (\text{resp } T_N \xrightarrow{L^p} g(\theta)) \quad (\text{convergence dans } L^p),$$

$$(1)_d \quad T_N \xrightarrow{P\text{-p.s.}} \theta \quad (\text{resp } T_N \xrightarrow{P\text{-p.s.}} g(\theta)) \quad (\text{convergence presque sûre}),$$

pour tout $\forall \theta \in \Theta$.

(iii) Si T_N n'est pas un estimateur convergent de θ (resp de $g(\theta)$), on appelle parfois **inconvergence**, ou **écart asymptotique**, la grandeur (où \lim_N s.t. doit s'entendre selon le mode de convergence utilisé) :

$$(5) \quad E_\infty(\theta) = (\lim_N \text{ s.t. } T_N) - \theta \quad (\text{resp } (\lim_N \text{ s.t. } T_N) - g(\theta)).$$