ESTIMATEUR DE ANDERSON-DARLING (H1)

(i) Soit $(\mathscr{X}, \mathscr{B}, P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ un **modèle statistique** paramétré par θ, dans lequel $X : \Omega \mapsto \mathscr{X}$ est un N-**échantillon** et $\mathscr{X} = \mathbf{R}^N$. On note F_θ la **fr** associée à P_θ^X, $\forall \theta \in \Theta$, et F_N la **fonction de répartition empirique** associée à X.

On appelle **distance de T.W. ANDERSON - D.A. DARLING** de F_θ à F_N la quantité :

(1) $$D_N^2(\theta) = \int_{\mathbf{R}} \{F_\theta(x) - F_N(x)\}^2 / \{F_\theta(x) . (1 - F_\theta(x))\} \, dF_\theta(x).$$

(ii) Un **estimateur de ANDERSON - DARLING** de θ est une solution $T_N = t_N(X)$ du problème de **programmation mathématique** suivant (où eg $\Theta \subset \mathbf{R}^Q$) :

(2) $$\inf_{\theta \in \Theta} D_N^2(\theta).$$

T_N est un **estimateur à distance minimum**. Il lui correspond, notamment, l'estimateur $F_{T(N)}$ de F_θ (ou T(N) désigne T_N).

(iii) Si $X^{(.)} = (X^{(1)}, \ldots, X^{(N)})$ est l'échantillon ordonné associé à X (cf **statistique d'ordre**), on minimise, en pratique, la statistique suivante :

(3) $$D_N^2(\theta) = - N^{-2} . (2N - 1) . \Sigma_{n=1}^N \{\mathrm{Log}\, F_\theta(X^{(n)}) + \mathrm{Log}\,(1 - F_\theta(X^{(N-n+1)}))\}.$$