

ESTIMATEUR DE BAYES FORMEL (G4, H)

(04 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

On appelle parfois **estimateur de BAYES « formel »** un estimateur de BAYES calculé à l'aide d'une loi a priori « impropre ».

(i) Dans un **problème d'estimation** fondé sur le **modèle statistique** $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, (P_\theta^X)_{\theta \in \Theta})$, on suppose que Π est une **loi a priori** impropre définie sur \mathcal{B}_Θ (**tribu de parties** de Θ) et que R_Π est la **fonction de risque** bayésienne associée, ie :

$$(1) \quad R_\Pi(\delta) = \int_{\mathcal{X} \times \Theta} L(\delta(X), \theta) \cdot dP_\theta^X(x) d\Pi(\theta).$$

Alors δ^* est appelée **règle de BAYES formelle** ssi :

$$(2) \quad R_\Pi(\delta^*) \leq R_\Pi(\delta), \quad \forall \delta \in \Delta,$$

où Δ est l'ensemble des **règles pures**.

Si celles-ci prennent leurs valeurs dans l'**espace de décision** $(D, \mathcal{B}_D) = (\Theta, \mathcal{B}_\Theta)$, et que le **problème statistique** considéré est un **problème d'estimation**, alors δ^* est un **estimateur de BAYES formel** de $\theta \in \Theta$ relativement à Π .

(ii) Un tel estimateur n'existe pas toujours. Cependant, il est souvent possible de le dériver formellement de (1) par **optimisation** de $R_\Pi(d)$ pr à d.

(iii) Plus généralement, on peut définir un **estimateur mixte de BAYES formel** en remplaçant Δ par l'ensemble Δ_m des **règles de décision mixte**.