ESTIMATEUR DE THEIL (H1, J1)
(27 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Dans le cadre de la méthode du **maximum de vraisemblance à information limitée**, on écrit la g-ième équation d'un **modèle d'interdépendance linéaire** sous la forme suivante :

(1) $y_g = Y_g b_g + X_g c_g + u_g = Z_g d_g + u_g$,

avec $Z_g = [Y_g , X_g]$ et $d_g = (b_g', c_g')'$ (où le symbole ' désigne la transposition).

La **forme réduite** du modèle conduit à l'équation :

(2) $Y^* = [y_g , Y_g] = X_g [a_g , A_g] + X_g^* [a_g^* , A_g^*] + [v_g , V_g]$.

(ii) L'**identification** du **paramètre** d_g implique que rg $A^* = G_g$, d'où $K_g^* \geq G_g$. On suppose que :

(a) u_g est indépendante de $X = (x_{nk})_{(n,k)}$, avec $E\ u_g = 0$ et $V\ u_g = \sigma_g^2 I_N$;

(b) les lignes de la **matrice** $[v_g , V_g]$ des **perturbations** sont iid, d'**espérance** nulle et de **matrice de dispersion** Σ ;

(c) les vecteurs précédents sont gaussiens (cf **loi gaussienne**) ;

(d) rg $X = K < N$;

(e) $\max_{n=1}^{N} |x_{nk}| \leq c$ (constante donnée), $\forall\ k \in \mathbb{N}_K^*$;

(f) $\text{P-lim}_N (N^{-1} X' X) = M_{xx} >> 0$ (**matrice définie positive**).

On appelle alors **estimateur (de la classe k) de H. THEIL**, ou **estimateur (de la classe k) de R.L. BASMANN - H. THEIL**, du paramètre d_g tout estimateur (indicé par $k \in$ **R**) $d_g^\# (k) = (b_g^\# (k), c_g^\# (k))$ défini par :

(3)
$$b_g^\# (k) = (Y_g' Q (k) Y_g)^{-1} Y_g' Q (k) y_g ,$$
$$c_g^\# (k) = (X_g' X_g)^{-1} X_g' (y_g - Y_g b_g^\# (k)),$$

expressions dans lesquelles :

(4) $Q (k) = P_g - k . P$,

avec :

(5)
$$P_g = I_N - X_g (X_g' X_g)^{-1} X_g',$$
$$P = I_N - X (X' X)^{-1} X'.$$

(iii) La **famille** des estimateurs de THEIL $(d_g^{\#}(k))_{k \in \mathbf{R}}$ contient, en particulier :

(a) l'estimateur des moindres carrés (avec k = 0) (cf **méthode des moindres carrés**) ;

(b) l'estimateur des doubles moindres carrés (avec k = 1) (cf **méthode des doubles moindres carrés**) ;

(c) l'estimateur du **maximum de vraisemblance à information limitée** ($\alpha\varpi\varepsilon\chi\ \kappa = \lambda_{min}$ et les notations de ce lien).