ESTIMATEUR DE PRÉ-TEST (H, I)
(05 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

On appelle **estimateur de pré-test**, ou **estimateur à test préliminaire**, un **estimateur** qui tient compte du résultat d'un **test d'hypothèses** préalable. La démarche adoptée par le **statisticien** peut, de façon générale, se décrire comme suit (cf **test préliminaire**).

(i) Soit ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{P}^X$) un **modèle statistique** image d'un modèle de base par une **va** (**échantillon**) X, L une **fonction de perte** et R la **fonction de risque** associée.

On suppose défini l'estimateur d'une **caractéristique** donnée d'une **loi** $P^X \in \mathcal{P}^X$ qui est supposée avoir généré X.

On veut alors tester une **hypothèse** tq :

(1) $H_0 : P^X \in \mathcal{P}_0^X$ (où $\mathcal{P}_0^X \subset \mathcal{P}^X$)

contre une **alternative** tq :

(2) $H_1 : P^X \in \mathcal{P}_1^X$ (où $\mathcal{P}_1^X \subset \mathcal{P}^X$ et $\mathcal{P}_0^X \cap \mathcal{P}_1^X = \varnothing$).

(ii) Si H_0 (resp H_1) est acceptée, on recommence, dans un second temps, la (même) procédure d'estimation en tenant compte de l'acceptation de $P^X \in \mathcal{P}_0^X$ (resp $P^X \in \mathcal{P}_1^X$). Ceci peut se traduire par la prise en compte éventuelle de conditions, de **contraintes** ou d'**informations** supplémentaires dans la nouvelle **procédure** d'estimation. Le nouvel estimateur est alors dit **estimateur à test préliminaire** (ie estimateur précédé d'un test).

(iii) A titre d'exemple, on considère un **modèle linéaire** exprimé, dans un **espace d'observation** (X, y), sous la forme y = X b + u, avec E u = 0 et V u = $\sigma^2 . I_N$. On veut tester l'hypothèse selon laquelle il existe une contrainte linéaire sur le **paramètre** b suivante (cf **contrainte sur les paramètres**) :

(3) $H_0 : R\, b = r$,

contre l'hypothèse :

(4) $H_1 : R\, b \neq r$,

où $R \in M_{LK}(\mathbf{R})$ et $r \in \mathbf{R}^K$ sont données (avec rg R = L ≤ K).

Alors l'**estimateur des mco** à test préliminaire de b est de la forme :

(5) $b^\wedge_t = \mathbf{1}(A^c)\, b^\wedge + \mathbf{1}(A)\, b^\wedge_c$,

où $b^\wedge$ est l'estimateur des mco non contraint, $b^\wedge_c$ est l'estimateur des mco contraint par H_0 et A est la **région d'acceptation** de l'hypothèse H_0 (ie $A \subset \mathbf{R}^N \times M_{NK}(\mathbf{R})$).