ESTIMATEUR DE RANG (F6, H)
(04 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un **estimateur de rang** est un estimateur non paramétrique notamment utilisé pour estimer de façon robuste un **paramètre de position** (cf aussi **estimateur d'ordre**, **R-estimateur**).

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ une **vars** qui génère un **échantillon iid** $X = (X_1 ,..., X_N)$. On suppose que la loi P^ξ de ξ admet un **paramètre de position** $\alpha \in \mathbf{R}$.

On appelle **estimateur de rang**, ou **estimateur de J.L. HODGES - E.L. LEHMANN**, ou encore **estimateur de type R**, ou **R-estimateur**, de α un estimateur $T_N = t_N (X)$ solution de l'équation en α (cf **équation estimante**) :

(1) $\quad \Sigma_{n=1}^N \text{sgn} (X_n - \alpha) . J^{\sim} \{r (|X_n - \alpha|) / (N + 1)\} = 0,$

dans laquelle :

(a) sgn est la **fonction signe**, ie :

$$\text{sgn} (x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0, \\ 0 & \text{si } x = 0, \\ +1 & \text{si } x > 0 ; \end{cases}$$

(b) $J^{\sim}$ est une fonction définie par :

(2) $\quad J^{\sim} (t) = J \{(t + 1) / 2\}, \qquad \forall\, t \in \mathbf{R},$

où J est une **fonction score** ;

(c) r (.) est le **rang** de (.) (eg dans l'ordre croissant).

(ii) On montre que la fonction J qui définit l'estimateur le plus efficace (cf **estimateur efficace**) est de la forme :

(3) $\quad J = - (f ' / f) \text{ o } F^{-1},$

où F est la **fr** associée à P^ξ.

(iii) On associe souvent à T_N un **test non paramétrique** (**test de rang**) portant sur α. Ainsi :

(a) si P^ξ est la **loi de LAPLACE**, dont la **densité** pr à la **mesure de LEBESGUE** λ est $dP^\xi / d\lambda = (1/2)\, e^{-|x - \alpha|}$, on définit le **test des signes**, basé sur la **statistique de test** $T_N = q_{1/2} X$ (**médiane** empirique) ;

(b) si P^{ξ} est la **loi logistique**, on définit le **test de WILCOXON**, basé sur la statistique de test suivante, aussi appelée **estimateur de J.L.HODGES - E.L. LEHMANN** (cf **estimateur de HODGES-LEHMANN**) :

(4) $T_N = q_{1/2} M$,

médiane empirique de la suite $M = (M_{\alpha\beta})_{1 \leq \alpha \leq \beta \leq N}$ dans laquelle $M_{\alpha\beta} = (X_\alpha + X_\beta) / 2$.