ESTIMATEUR DE VRAISEMBLANCE MOYENNE (G, H1, H3)

Lorsqu'une fonction de vraisemblance admet une **valeur centrale**, on peut définir un **estimateur** correspondant en maximisant cette valeur par rapport au **paramètre d'intérêt**.

(i) Soit $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, (P_\theta^X)_{\theta \in \Theta})$ un **modèle paramétrique**, avec $\Theta = \mathbf{R}$, μ une **mesure positive** σ-finie sur $\mathcal{B}$ et $f(X, \theta) = dP_\theta^X / d\mu$ la **fonction de vraisemblance** du modèle.

On appelle **estimateur de vraisemblance moyenne** de θ (G.A. BARNARD) l'estimateur θ^* suivant, défini par la **moyenne** relative à θ :

(1) $\theta^* = A / B$, avec $A = \int \theta \,.\, f(X, \theta)\, d\theta$ et $B = \int f(X, \theta)\, d\theta$,

lorsque ces intégrales existent.

C'est ainsi une **caractéristique** de **centralité** (aléatoire à travers X) de la fonction de vraisemblance f, ie de $L(\theta) : \theta \mapsto f(X, \theta)$.

Lorsque f est gaussienne (cf **loi gaussienne**), θ^* n'est autre que l'**estimateur du mv** (gaussien) usuel.

(iii) La notion s'étend à un paramètre vectoriel, ie à un modèle tq $\Theta = \mathbf{R}^Q$ (même définition qu'en (1)). On obtient donc :

(2) $\theta^* = A / B$, avec $A = \int \theta \,.\, f(X, \theta) \prod_{q=1}^{Q} d\theta_q$ et $B = \int f(X, \theta) \prod_{q=1}^{Q} d\theta_q$.

(iv) Dans un cadre bayésien, avec une loi a priori Π définie sur une tribu $\mathcal{B}_\Theta$ de parties de Θ, l'estimateur est modifié selon :

(3) $\theta^*(\Pi) = A / B$, avec $A = \int \theta \,.\, f(X, \theta)\, d\Pi(\theta)$ et $B = \int f(X, \theta)\, d\Pi(\theta)$.

(iv) Lorsque f est gaussienne, θ^* n'est autre que l'**estimateur du mv** usuel.