ESTIMATEUR INVARIANT (G1, H1)
(27 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

L'**invariance** d'un **estimateur** est souvent nécessaire, en pratique, lorsqu'il ne doit pas dépendre des **unités de mesure** utilisées (cf **échelle de mesure**).

Le **principe d'invariance** consiste à limiter la classe des estimateurs d'un **paramètre** aux seuls estimateurs invariants : il constitue donc un **principe de réduction** utile puisqu'il réduit, en effet, l'ensemble des estimateurs candidats pour représenter le paramètre en question (cf aussi **équivariance**, **invariance de l'estimateur du mv**).

(i) Soit $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ un **modèle image** et $\mathcal{G}$ un **groupe de transformations mesurables** g sur $\mathcal{X}$. Soit, d'autre part, $h : \Theta \mapsto \mathcal{Y}$ une **application mesurable** à valeurs dans un espace auxiliaire $(\mathcal{Y}, \mathcal{C})$ et $t : \mathcal{X} \mapsto \mathcal{Y}$ une application mesurable définissant la **statistique** $T = t(X) : \Omega \mapsto \mathcal{Y}$, considérée comme **estimateur ponctuel** de $h(\theta) = \tau$.

Si le modèle considéré est un **modèle invariant**, il induit sur Θ un groupe de transformations $\overline{\mathcal{G}}$. Lorsque la propriété suivante est vérifiée :

(1) $h(\theta') = h(\theta'') \Rightarrow h(\overline{g}(\theta')) = h(\overline{g}(\theta''))$, $\forall (\theta', \theta'') \in \Theta^2, \forall \overline{g} \in \overline{\mathcal{G}}$,

on définit l'**invariance** sur $\mathcal{Y}$ selon :

(2) $\forall \overline{g} \in \overline{\mathcal{G}}, \forall \theta \in \Theta, \exists \tilde{g} : \mathcal{Y} \mapsto \mathcal{Y}$, unique, tq $\tilde{g}(h(\theta)) = h(\overline{g}(\theta))$.

L'ensemble $\tilde{\mathcal{G}}$ de ces applications $\tilde{g}$ est aussi un groupe de transformations dans $\mathcal{Y}$. Par suite, on peut définir l'invariance de T pour $h(\theta)$ ssi T vérifie le **principe d'invariance (pour un estimateur)** :

(3) $t(g(x)) = \tilde{g}(t(x))$, $\forall x \in \mathcal{X}, \forall g \in \mathcal{G}$.

Un **estimateur invariant** tq T est parfois appelé **estimateur équivariant** (cf **équivariance**).