ESTIMATEUR PAR RÈGLE DE TROIS (H)
(23 / 03 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

L'estimateur par règle de trois est un **estimateur** élémentaire, dont le calcul est rapide, et qui intervient dans de nombreuses procédures de calcul, statistiques ou non :

(a) ajustement d'un **ensemble** de valeurs sur un total (cf **ajustement d'un tableau statistique** sur des marges) ;

(b) comparaison entre valeurs calculées sur des « bases » différentes ou avec des unités différentes (**pourcentages**) ;

(c) « redressements » de données, etc (cf **quotient**, **rapport**).

(i) Soit $(\Omega, \mathscr{T}, \mathscr{P})$ un **modèle statistique**, $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}_+^K$ un **vecteur aléatoire** intégrable à coordonnées non négatives, avec $E\,\xi = \mu \in \mathbf{R}_+^K$, et τ une **va** intégrable donnée (éventuellement dégénérée, ie p.s. constante). On veut estimer le rapport (certain, ou « théorique ») :

(1) $\rho = E\,\tau / E\,\xi^* = E\,\tau / e_K'\,\mu = E\,\tau / \Sigma_{k=1}^K\, \mu_k$,

où $\xi^* = e_K'\,\xi = \Sigma_{k=1}^K\, \xi_k$ est le total (aléatoire) des coordonnées de ξ. Toutes les variables précédentes sont supposées observables.

On appelle **estimateur par règle de trois** de ρ la **statistique** $S = s\,(\xi)$ définie selon :

(2) $S = \tau / e_K'\,\xi = \tau / \Sigma_{k=1}^K\, \xi_k$.

(ii) Fréquente est la situation où S consiste à diviser par un « total » (aléatoire) $e_K'\,\xi$ puis à ajuster le résultat sur une valeur τ.

Ainsi, lorsque $\tau_k = \xi_k$ (k = 1 ,..., K) est une **suite** de valeurs données correspondant à τ, on définit des « **pourcentages** » $p_k = (e_K'\,\xi)^{-1}\,\xi_k$ (k = 1 ,..., K).

Le vecteur $p = (p_1 ,..., p_K)'$ appartenant au **simplexe** S_K de $\mathbf{R}^K$, les va τ et ξ_k ne sont pas nécessairement indépendantes (en probabilité).

Le rapport (2) possède des propriétés semblables à celles de l'**estimateur par le quotient** (**biais**, etc).

Dans le cas où ξ suit une **loi de DIRICHLET** et où $\tau = \xi_k$, l'estimateur S est cependant sans biais : dans ce cas, en effet, l'espérance du rapport (2) est égale au rapport des espérances.