

## ESTIMATEUR PAR RÉGRESSION (H, J1, M)

(i) En **théorie des sondages**, dans le même cadre que celui définissant l'**estimateur par différence**, on suppose que  $Y$  vérifie une hypothèse bayésienne de la forme (cf **superpopulation**) :

$$(1) \quad E Y = b_0 + b_1 X, \quad \text{avec } V Y = \sigma^2 \cdot I_M.$$

Pour estimer eg le total  $T = e_M' Y$ , la méthode de prédiction bayésienne revient ici à estimer  $(b_0, b_1)$  à l'aide de l'**estimateur des moindres carrés ordinaires**  $(\hat{b}_0, \hat{b}_1)$  lié au modèle (1), ie à l'aide du modèle :

$$(2) \quad y = b_0 + b_1 x + u, \quad \text{avec } E u = 0, V u = \sigma^2 \cdot I_N.$$

On appelle alors **estimateur par régression** de  $T$  l'estimateur :

$$(3) \quad T_N' = M \cdot \bar{y}_N + b_1 \cdot (e_M' X + M \bar{x}_N),$$

où  $\bar{x}_N$  (resp  $\bar{y}_N$ ) est la **moyenne empirique** de  $\xi$  (resp de  $\eta$ ) calculée à l'aide de l'**échantillon**  $(x, y)$ . La formule (3) suppose donc  $X$  connu.

L'estimateur par régression de la **moyenne**  $\bar{Y}_M = T / M$  (moyenne théorique de  $\eta$  dans la population  $\Omega$ ) se déduit de (3) selon :

$$(4) \quad T_N'' = M^{-1} \cdot T_N' = \bar{y}_N + b_1 \cdot (\bar{X}_M - \bar{x}_N),$$

où  $\bar{X}_M = M^{-1} \cdot e_M' X$  est la moyenne théorique de  $\xi$  dans la population  $\Omega$ .

(ii) On montre que l'estimateur par régression est asymptotiquement sans biais (cf **biais asymptotique**).