ESTIMATION SÉQUENTIELLE DE LA DENSITÉ (C5, H2)
(27 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, \mathcal{P})$ un **modèle statistique**, $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ un **vecteur aléatoire** réel, $\mathcal{P}^\xi$ la **famille** des **lp** P^ξ (images par ξ des $P \in \mathcal{P}$) et $(\mathbf{R}^K, \mathcal{B}(\mathbf{R}^K), \mathcal{P}^\xi)$ le **modèle image** qui en résulte. On note, $\forall P^\xi \in \mathcal{P}^\xi$, f la **densité** de P^ξ pr à la **mesure de LEBESGUE** λ_K .

On appelle alors **estimateur séquentiel de la densité au sens de H. YAMATO** f l'estimateur (par la **méthode du noyau**) $f_N^\sim$ de f défini, « ponctuellement » et par récurrence, selon l'équation (cf **équation de récurrence**) :

(1) $\quad f_N^\sim(x) = (1 - N^{-1})\, f_{N-1}^\sim(x) + (N \,.\, h_N^K)^{-1}\, W\{(x - X_N) / h_N\}, \quad \forall h_N \in \mathbf{N}^*, \forall x \in \mathbf{R}^K,$

dans laquelle W est un **noyau**, $(h_N)_{N \in \mathbf{N}^*}$ une **suite** sur **R** vérifiant des conditions usuelles et $\{(X_1 ,..., X_N)\}_{N \in \mathbf{N}^*}$ une suite d'**échantillons iid** $(X_1 ,..., X_N)$ équidistribués selon P^ξ.

A partir de (1), on peut définir un **estimateur séquentiel de YAMATO modifié**, ou **estimateur séquentiel de la densité au sens de E. ISOGAI**, en posant :

(2) $\quad f_N^\#(x, \alpha) = (1 - N^{-1}\, \alpha)\, f_{N-1}^\#(x) + (N \,.\, h_N^K)^{-1}\, \alpha \,.\, W\{(x - X_N) / h_N\},$

avec $\alpha \in\ ]1/2, 1]$.

On montre que $f_N^\#$ possède des propriétés de **convergence presque sûre** (vers f) ainsi que des propriétés d'**optimalité**.