ÉTAT RÉCURRENT (N2)
(12 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **chaîne de MARKOV** dont l'**ensemble** des **états** est $\mathscr{X}$, la loi initiale p et la **matrice de transition** P.

On dit qu'un état $x \in \mathscr{X}$ est un **état récurrent**, ou un **état persistant**, de X ssi cette chaîne, d'état initial $X_0 = x$, revient presque sûrement à cet état, ie :

(1) $\quad P(A^1_{\{x\}}) = 1,$

où $A^1_{\{x\}}$ est l'espace associé au **premier temps de passage** après l'instant n = 0.

(ii) On montre que, si $X_0 = x$ est un état initial, le nombre (aléatoire) de passages par l'état x depuis l'instant n = 0, ie :

(2) $\quad N_x = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} \mathbf{1}(X_n = x),$

vérifie la propriété suivante :

(3) $\quad$ {x est un état récurrent} $\Rightarrow$ $\{N_x = +\infty \ (P\text{-p.s.})\}$.