

ÉVÉNEMENT PRESQUE CERTAIN (B)

(27 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (Ω, \mathcal{F}, P) un **espace probabilisé**.

On appelle **événement presque certain** pour P (ou relativement à P), ou **événement P-presque certain**, tout **événement** (ie toute **partie mesurable**) $A \in \mathcal{P}(\Omega)$ tq :

$$A \in \mathcal{F} \quad (\text{mesurabilité}),$$

$$(1) \quad A \neq \Omega \quad (\text{non entièresité}),$$

$$P(A) = 1 \quad (\text{probabilité maximum}).$$

Un événement presque certain est donc un événement A dont le complémentaire (ou « **événement contraire** ») $A^c = \Omega \setminus A$ est un **événement négligeable** pour P (ou **événement P-négligeable**) et non vide ($A^c \neq \emptyset$). Autrement dit, A^c est un **événement presque impossible**.

La définition s'étend au cas d'une partie non mesurable $A \subset \Omega$: A est **presque certaine** s'il existe un événement $C \in \mathcal{F}$ tq :

$$(2) \quad A \in \mathcal{P}(\Omega) \text{ et } A \notin \mathcal{F} \quad (\text{non mesurabilité}),$$

$$\exists C \in \mathcal{F} \text{ tq } A \supset C \text{ et } P(C) = 1 \quad (C \text{ est presque certain}).$$

Par extension, en relaxant l'hypothèse $A \neq \Omega$, on admet que l'**événement certain** Ω est aussi un événement presque certain.

(ii) La définition précédente est donc relative à la façon dont la **structure** mesurable (ici la **tribu** \mathcal{F}) a été probabilisée. Elle s'étend à un **modèle statistique** $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ dans lequel \mathcal{P} est une **famille** donnée de **probabilités** P définies sur \mathcal{F} .

Est presque certain pour \mathcal{P} (ou relativement à \mathcal{P}) tout événement non certain A dont la probabilité $P(A)$ est uniformément égale à 1 lorsque P parcourt \mathcal{P} . Autrement dit, A est presque certain pour toute $P \in \mathcal{P}$.