EXPÉRIENCE DE COMPARAISONS PAR PAIRES (F6)
(27 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit A = $\{a_1, ..., a_N\}$ un **ensemble** d'**objets** fini. On suppose définie sur A une **comparaison par paires** $\leq$ et que chaque a_α a été comparé à a_β ($\beta \neq \alpha$) un nombre $R_{\alpha\beta}$ de fois. On note $M_{\alpha\beta} \leq R_{\alpha\beta}$ le nombre (entier) de fois où $a_\alpha > a_\beta$ (strictement), au sens de la relation d'ordre (ie $a_\beta \leq a_\alpha$ et $a_\beta \neq a_\alpha$).

On appelle alors **expérience de comparaisons par paires** une expérience notée (A, $\leq$, M) définie par les données précédentes, où $M = (M_{\alpha\beta})_{(\alpha, \beta)}$ est une (N,N)-**matrice**, dite **matrice de(s) préférence(s)**, ou **matrice de(s) comparaison(s)**, vérifiant les identités suivantes :

$$(1) \quad \begin{cases} M_{\alpha\beta} + M_{\beta\alpha} = N_{\alpha\beta}, & \forall (\alpha, \beta) \text{ tq } \beta \neq \alpha, \\ M_{\alpha\alpha} = 0, & \forall \alpha = 1, ..., N. \end{cases}$$

(ii) Un problème important associé à cette expérience consiste à trouver une comparaison par paires $\leq$ compatible avec les **mesures** y_n observées resp sur les objets a_n (n = 1 ,..., N).

Si l'on appelle **« score »** associé à a_n le nombre entier (cf aussi **score**) :

$$(2) \quad S_n = \Sigma_{\alpha=1}^{N} M_{n\alpha}, \qquad \forall n = 1, ..., N,$$

la **méthode des scores** consiste (dans ce contexte) à classer les a_n selon leurs scores décroissants (au sens de (**N**, >)) (cf aussi **méthode des scores**) :

$$(3) \quad a_\alpha > a_\beta \Leftrightarrow S_\alpha > S_\beta, \qquad \forall (\alpha, \beta) \text{ tq } \beta \neq \alpha.$$

Elle s'étend en remplaçant (2) par :

$$(4) \quad S_n = \Sigma_{\alpha=1}^{N} J_n(M_{n\alpha}), \qquad \forall n = 1, ..., N,$$

où $J_n : N_N \mapsto \mathbf{R}_+$ est une fonction positive donnée.

(iii) En particulier, on appelle **tournoi** une expérience tq $R_{\alpha\beta} = 1$, $\forall (\alpha, \beta)$: a_α et a_β ne sont comparés qu'une seule fois.

Par suite, la matrice $R = (R_{\alpha\beta})_{(\alpha, \beta)}$ vérifie $R = e_N e_N'$ (cf **jeu**).