

## FILTRE TOPOLOGIQUE (A4)

(22 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Notion permettant de généraliser celle de limite d'une **suite**.

(i) Soit E un **ensemble** quelconque.

On appelle **filtre** sur E une **famille** non vide  $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}(E)$  de **parties** de E tq :

$$A \in \mathcal{P}(E), F \in \mathcal{F} \text{ et } F \subset A \Rightarrow A \in \mathcal{F},$$

$$(1) \quad F' \in \mathcal{F} \text{ et } F'' \in \mathcal{F} \Rightarrow F' \cap F'' \in \mathcal{F},$$

$$\emptyset \in \mathcal{F}.$$

(ii) Ainsi, étant donné  $B \subset E$ , partie de E tq  $B \neq \emptyset$ , l'ensemble  $\mathcal{F} = \{A \in \mathcal{P}(E) : B \subset A\}$  est un filtre sur E.

(iii) Si  $(E, \mathcal{O})$  est un **espace topologique**, l'ensemble des **voisinages**  $\mathcal{V}_P$  d'une partie non vide P de E est un filtre sur E.