

FONCTION D'ÉCART (C5, I)

(01 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Toute fonction décrivant ou mesurant un « **écart** » entre concepts statistiques peut être qualifiée de **fonction d'écart**. Ces concepts sont variés : eg **mesures de probabilité**, **fonctions de répartition**, **variables aléatoires** ou **statistiques**, etc (cf aussi **distance**, **variable d'écart**).

(i) Soit F et G deux **fonctions de répartition** associées resp à deux **vars** données.

On appelle **fonction d'écart** (K.A. DOKSUM) la fonction Δ_{FG} définie par :

$$(1) \quad \Delta_{FG}(x) = G^{-1}(F(x)) - x, \quad \forall x \in \mathbf{R},$$

expression dans laquelle G^{-1} est la **fonction quantile** associée à G.

Lorsque F sert de « référence » (cas eg d'un **problème de test**), on dit aussi que Δ_{FG} est la **fonction d'écart** de G pr à F, et on la note encore $\Delta_{G/F}$.

(ii) Cette notion permet notamment de comparer deux fr, ou certaines de leurs **caractéristique**. Ainsi, on montre que :

$$(2) \quad \int \Delta_{FG}(x) dF(x) = \mu_G - \mu_F,$$

où μ_F (resp μ_G) est l'**espérance mathématique** relative à F (resp relative à G).

De même :

$$(3) \quad \Delta_{FG}(F^{-1}(1/2)) = Q_{1/2}(G) - Q_{1/2}(F),$$

où $Q_{1/2}(F)$ (resp $Q_{1/2}(G)$) est la **médiane** associée à F (resp à G).

(iii) La fonction d'écart Δ est aussi utilisée en **Statistique non paramétrique**, dans des problèmes de **test d'hypothèses** non paramétriques (cf **méthode non paramétrique**, **test non paramétrique**).