

FONCTION DE POIDS (A4, A5, C5)

(27 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

L'expression **fonction de poids** est susceptible de diverses acceptions.

(i) On appelle **(fonction de) poids** une **fonction numérique** $p : \mathbf{R}^n \mapsto [1, +\infty[$ semi-continue supérieurement (cf **semi-continuité**) et tq :

$$(1) \quad p(x + y) \leq p(x) \cdot p(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n.$$

Ainsi, les fonctions définies par $p(x) = (1 + \|x\|)^\alpha$ (avec $\alpha > 0$) ou par $p(x) = \exp \{-\|x\|^2\}$ sont des fonctions de poids.

On montre que :

(a) l'**espace de BANACH** $L_{\mathbf{R}}^1(\mathbf{R}^n, \mathcal{B}(\mathbf{R}^n), p \cdot \lambda_n)$, dans lequel λ_n désigne la **mesure de LEBESGUE** sur $\mathcal{B}(\mathbf{R}^n)$, est une **algèbre** sur $\mathbf{R}$ pour la **convolution** $*$ des fonctions ;

(b) de plus :

$$(2) \quad \|\varphi * \psi\|_1 \leq \|\varphi\|_1 \cdot \|\psi\|_1, \quad \forall (\varphi, \psi) \in B_p(\mathbf{R}^n) \times B_p(\mathbf{R}^n),$$

où $B_p(\mathbf{R}^n)$ dénote cette algèbre ainsi associée à p .

On appelle $B_p(\mathbf{R}^n)$ l'**algèbre de A. BEURLING**.

(ii) Par ailleurs, on appelle **fonction de poids** toute fonction traduisant une pondération apportée à une **variable** par le **statisticien**. Ainsi, une **densité de probabilité** est une fonction de poids, puisqu'elle donne (en général) des valeurs différentes aux **probabilités** de **parties mesurables** différentes (cf **distribution de probabilité**).

(iii) Une fonction de poids se note généralement p (ou f) en langue française, W (ou w) (de l'anglais « weight ») en langue anglaise.