FONCTION DE RÉPARTITION SINGULIÈRE (C5)
(27 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit $(\Omega, \mathscr{T}, P)$ un **espace probabilisé**. On note $\xi_s : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ une **vars** de loi $\mathscr{L}(\xi_s)$ et de **fr** F_s .

(i) On dit que F_s (resp $\mathscr{L}(\xi_s)$) est une **fonction de répartition** (resp une **loi**) **singulière** ssi :

F_s est continue, ie $F_s \in \mathscr{C}(\mathbf{R})$,

(0) $D F_s = dFs / dx = 0$, P-p.s.,

$F_s \neq c$ sur $\mathbf{R}$ (ie F_s n'est pas une **application constante** sur $\mathbf{R}$).

(ii) On montre que la **fonction de répartition normalisée** F associée à une **vars** quelconque $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ peut se décomposer selon la **formule de décomposition** des fr suivante (cf **fonction de répartition**) :

(1) $F = F_a + F_d + F_s$,

dans laquelle :

(a) F_a est une fr normalisée qui est une **fonction absolument continue** pr à $\lambda = \lambda_1$: ie la lp $\mathscr{L}(\xi_s)$ correspondante, dont elle dérive, est absolument continue pr à la **mesure de LEBESGUE** et admet donc une **densité** $f = d\mathscr{L}(\xi_s) / d\lambda$ pr à cette mesure ;

(b) F_d est une fr normalisée « discrète », ie une **fonction des sauts** associée à F. Autrement dit, en notant $(x_n)_{n \in \mathbf{N}}$ la **suite** au plus dénombrable des points de discontinuité de F et $s(x_n) = F(x_n +) - F(x_n)$ la valeur de la fonction des sauts en ces points, on a :

(2) $F_d(x) = \Sigma_{\{n : x(n) < x\}} s(x_n) = \Sigma \{s(x_n) : x_n < x\}$,

en notant x(n) pour désigner x_n ;

(c) F_s est une fr singulière définie précédemment.

A chacune de ces fr correspond une **va** qui possède le même qualificatif : **variable absolument continue** ξ_a , **variable discrète** ξ_d et **variable singulière** ξ_s .