

FONCTION DE TRANSITION DE MARKOV (N2)

(05 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Soit $\{(\Omega, \mathcal{F}, P), (\mathcal{X}, \mathcal{B}), (X_t)_{t \in T}\}$ un **processus stochastique** dans lequel T est supposé totalement ordonné par une **relation d'ordre** \leq .

(i) On appelle **(fonction de) transition de A.A. MARKOV**, ou **fonction markovienne**, la fonction :

$$(1) \quad p : T \times \mathcal{X} \times T \times \mathcal{B} \mapsto [0, 1]$$

définie par les trois conditions :

(a) $p(s, \cdot, t, B)$ est une fonction \mathcal{B} -mesurable, $\forall (s, t) \in T^2_{<}$ et $\forall B \in \mathcal{B}$;

(b) $p(s, x, t, \cdot)$ est une **mesure de probabilité** sur \mathcal{B} , $\forall (s, t) \in T^2_{<}$ et $\forall x \in \mathcal{X}$;

(c) p vérifie l'**équation de S. CHAPMAN - A.N. KOLMOGOROV** :

$$(2) \quad p(s, x, u, B) = \int_{\mathcal{X}} p(t, y, u, B) p(s, x, t, dy), \quad \forall (s, t, u) \in T^3_{<} \text{ et } \forall B \in \mathcal{B}.$$

(ii) Si T est un **groupe** additif abélien, on dit que p (resp X) est une (resp à) **fonction de transition stationnaire** ssi le nombre réel $p(s, x, t, B)$ ne dépend que de la différence $d = t - s$. On note $p_d(x, B) = p_{t-s}(x, B) = p(s, x, t, B)$ (**probabilité de transition** ordinaire dans \mathcal{X}), et l'équation (2) devient :

$$(2)' \quad p_{s+t}(x, B) = \int_{\mathcal{X}} p_t(y, B) p_s(x, dy).$$