

FORME DEVELOPPÉE (D'UN JEU) (A14)

(05 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit J un ensemble fini de joueurs, (T, \leq) un ensemble ordonné représentant le **temps** (cf **relation d'ordre**), D_{jt} l'ensemble des **décisions** (ou **actions**, ou **stratégies**) de chaque joueur $j \in J$ à l'instant $t \in T$ et $u_{jt} : \prod_{j \in J} D_{jt} \mapsto \mathbf{R}$ sa **fonction d'utilité** au même instant (cette fonction peut dépendre du gain réalisable à l'instant t lorsque j décide $d_{jt} \in D_{jt}$).

On appelle **forme développée**, ou **forme séquentielle**, du **jeu** précédent la donnée de la **famille** $(D_{jt}, u_{jt})_{(j,t) \in J \times T}$ et d'une hypothèse de comportement selon laquelle chaque joueur j choisit à l'instant t ses décisions d_{jt} compte tenu des décisions d_{js} et d_{ks} ($k \in J \setminus \{j\}$) prises avant l'instant t ($s < t$), tant par lui-même que par les autres joueurs k .

(ii) Cette forme, à caractère dynamique, est à distinguer de la **forme normale**, à laquelle elle peut se ramener (cf **forme normale d'un jeu**) en posant, $\forall j \in J$, $D_j = \cup_{t \in T} D_{jt}$ et $u_j : D_j \mapsto \mathbf{R}$ est tq, $\forall t \in T$, sa **restriction** à D_{jt} n'est autre que u_{jt} .

Si la **mémoire** de j est parfaite (connaissance des d_{js} , $\forall j \in J$ et $\forall s \in T$ tq $s < t$) et si j connaît les u_{jt} , $\forall (j, t) \in J \times T$, on dit que le jeu est un **jeu à information parfaite**.

Sinon (mémoire défaillante, stratégies cachées, etc), on dit qu'il s'agit d'un **jeu à information imparfaite** : une façon de représenter et de traiter un tel jeu consiste à le « randomiser » (cf **randomisation**), ie à considérer à sa place un **jeu aléatoire** dans lequel les décisions d_{jt} de j dépendent de façon aléatoire des décisions d_{kt} ($k \neq j$) des autres joueurs. Ceci peut être réalisé eg à l'aide de **probabilités de transition**).