**FORMULE DE BARTLETT (C5, F3, I, N)**
(05 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ un **processus** réel scalaire stationnaire en covariance et gaussien (cf **processus stationnaire en covariance**, **processus gaussien**). On suppose X en **temps** discret (avec T = **Z**) et l'on note $\rho = (\rho_\theta)_{\theta \in T}$ la suite de ses **coefficients d'autocorrélation**.

Soit $x = (x_t)_{t=1,\dots,T}$ une **série temporelle** (ou portion de **trajectoire** de X). La suite $r = (r_\theta)_{\theta \in T}$ des coefficients d'autocorrélation empiriques, estimateurs « naturels » des précédents, est définie selon (cf **statistique naturelle**) :

(1) $\quad r_\theta = c_\theta / c_0$ ,

avec $c_\theta = T^{-1} \Sigma_{t=1}^{T-\theta} (x_t - \overline{x}_T)(x_{t+\theta} - \overline{x}_T)$.

(ii) On montre que, s'il existe un entier $\tau \in$ **N*** tq :

(2) $\quad \rho_\theta = 0, \qquad \forall \ \theta > \tau,$

alors la suite r est autocorrélée et vérifie la **formule de M.S. BARTLETT** :

(3) $\quad C(r_\theta , r_{\theta-s}) = T^{-1} . \Sigma_{t=s-\tau}^{\tau} \ \rho_t . \rho_{t-s} + O(T^{-1}), \qquad \forall \ s \in T,$

où O désigne la notation « grand zéro » (cf **ordres de convergence en probabilité**).

De plus, sous l'hypothèse $H_0 : \rho_\theta = 0, \forall \ \theta > t$, on a, pour s = 0 :

(4) $\quad \mathscr{L}(r_\theta / (V r_\theta)^{1/2}) \to_{T \to \infty} \mathscr{N}_1 (0, 1)$ (**loi normale**), $\qquad \forall \ \theta > \tau.$

La propriété (4) permet d'effectuer divers **tests d'hypothèses** relatifs à la suite $\rho$, dont l'hypothèse $H_0$ précédente.