FORMULE DE PLANCHEREL (A8, A9)
(04 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit f : $\mathbf{R}^n \mapsto \mathbf{C}$ une fonction LEBESGUE-intégrable (cf **mesure de LEBESGUE**) et :

(1) $t \mapsto f^{\wedge}(t) = \int f(x)\, e^{-i\pi t' x}\, d\lambda_n(x)$

sa **transformée de FOURIER**, expression dans laquelle t' x désigne le **produit scalaire** euclidien $< t, x > = \Sigma_{i=1}^{n} t_i x_i$.

On montre que, si $f \in \mathscr{L}_{\mathbf{C}}^2(\mathbf{R}^n, \mathscr{B}(\mathbf{R}^n), \lambda_n)$, alors $f^{\wedge}$ est aussi de carré intégrable et la **formule de M. PLANCHEREL** suivante :

(2) $\int |f(x)|^2\, d\lambda_n(x) = \int |f^{\wedge}(t)|^2\, d\lambda_n(t)$

exprime que la transformation de FOURIER $\mathscr{F} : f \mapsto f^{\wedge}$ est une **isométrie** de l'**espace de HILBERT** $L_{\mathbf{C}}^2(\mathbf{R}^n, \mathscr{B}(\mathbf{R}^n), \lambda_n)$.