

FORMULE DE STIRLING (A3, A10)

(04 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La **formule de STIRLING** est une formule d'**approximation** asymptotique de la **fonction factorielle** :

$$(1) \quad n \in \mathbf{N} \mapsto \Gamma(n+1) = n!$$

lorsque n tend vers l'infini.

Si l'on pose :

$$(2) \quad P_n = (n/e)^n (2\pi n)^{1/2},$$

la **formule de J. STIRLING** peut s'écrire de diverses façons équivalentes :

$$(a) \quad n! = P_n (1 + \varepsilon_n), \text{ avec } \lim_{n \rightarrow +\infty} \varepsilon_n = 0, \text{ avec :}$$

$$(a)_1 \text{ soit } \varepsilon_n = O(n^{-1}), \text{ car } \varepsilon_n \sim (12n)^{-1};$$

$$(a)_2 \text{ soit } \varepsilon_n = (12n)^{-1} + (1/288)n^{-2} \varphi_n \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \varphi_n = 0;$$

$$(b) \quad n! = P_n \{1 + o(1)\}, \text{ avec } o(1) \rightarrow_{n \rightarrow +\infty} 12^{-1};$$

$$(c) \quad n! = P_n e^{\varepsilon(n)/12}, \text{ avec } (n+2^{-1})^{-1} < \varepsilon(n) < n^{-1}, \forall n \in \mathbf{N}^*.$$