GÉOMÉTRIE STOCHASTIQUE (A13, C11, J7)
(10 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Des exemples historiques d'étude de figures géométriques aléatoires ont été :

(a) le **problème du lacet fermé** jeté sur un plan : eg détermination de la surface délimitée par le lacet, ie de la loi de celle-ci, ou seulement d'une **caractéristique** de cette loi ;

(b) le **problème de l'aiguille de BUFFON** : jet d'une aiguille de longueur donnée (éventuellement aléatoire) sur un plan strié de lignes droites parallèles et équidistantes ou, alternativement, sur un plan dont la distance entre droites est distribuée selon une loi donnée.

(i) L'expression **géométrique stochastique**, ou **géométrie aléatoire**, désigne l'étude de **figures géométriques aléatoires** (cf **probabilité géométrique**, **variable morphologique**).

En effet, tout « objet » mathématique peut être considéré comme stochastique, donc comme une **variable aléatoire**, dès que cet objet peut être doté d'une **loi de probabilité**.

Un objet mathématique usuel est alors considéré comme un objet stochastique particulier, doté d'une **loi de DIRAC**.

Les figures en question peuvent être de formes plus ou moins complexes. Cependant, lorsqu'elles peuvent se représenter à l'aide d'équations (ou d'inéquations) dépendant de certains « paramètres », leur étude se ramène parfois à celle de la **loi jointe** de ces **paramètres**, alors seuls considérés comme aléatoires.

(ii) A titre d'exemple, on considère une surface dans $\mathbf{R}^3$ qui possède une équation cartésienne de la forme :

(1) $(x, y) \mapsto z = f(x, y, \theta)$,

où $\theta \in \mathbf{R}^Q$ est un paramètre (vectoriel) donné. Si θ est aléatoire, ie si $\theta \sim \Pi$ (loi jointe des coordonnées de θ), la surface se déforme de façon stochastique, permettant diverses analyses probabilistes ou statistiques.

D'autre exemples d'études de figures géométriques aléatoires sont :

(a) celui de l'**introduction** (cf **exemple**) ;

(b) l'**étude des trajectoires** d'un **processus stochastique**, notamment d'un **processus spatial** (cf aussi **champ aléatoire**).

(iii) Par suite, on peut attribuer à la loi de probabilité d'une figure géométrique diverses **caractéristiques légales** : figure géométrique moyenne, modale, etc.

Enfin, la disponibilité d'un **échantillon** de figures géométriques peut conduire à l'analyse statistique de la **population** qu'il représente.

(iv) A titre d'exemples (cf aussi **niveau, répartition, évolution**) :

(a) physique (géologie) : l'étude de sédiments de diverses zones de la croute terrestre peut en permettre les comparaisons (**structures**, évolutions) ;

(b) biologie : les diverses formes virales, possédant diverses structures (ADN, ARN), peuvent autoriser l'étude de transformations « continues » ou de mutations plus brutales ;

(c) écologie : le territoire occupé par certaines espèces (tant animales que végétales) peut changer, au gré de conditions diverses (expansion humaine, variations climatiques, épizooties, etc). La forme du territoire est alors susceptible d'être étudiée par les méthodes géométriques stochastiques ;

(d) psychologie : les réactions (commentaires ou interprétations, attitudes) d'un individu pr à un ensemble de figures créées de façon « erratique » peuvent s'analyser comme l'influence aléatoire d'un **stimulus** géométrique sur une réponse individuelle ;

(e) sociologie (archéologie) : la coexistence de bâtis architecturaux d'apparences (formes, matériaux, etc) comparables sur les cinq continents peut fonder des tests de comparaison permettant d'estimer la probabilité d'une influence culturelle commune et d'en tester la réalité.