HOMOMORPHISME (A3)
(03 / 11 / 2019)

Soit E et F deux **espaces vectoriels** sur un même corps **K**.

(i) On appelle **homomorphisme** de E dans F une **application linéaire** quelconque f : E $\mapsto$ F, ie toute **application** tq :

(1) $f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y), \quad \forall (\alpha, \beta, x, y) \in \mathbf{K} \times \mathbf{K} \times E \times E.$

L'ensemble des homomorphismes de E dans F se note Hom (E, F). Il est parfois noté $\mathscr{L}$ (E, F), mais cette dernière notation désigne aussi l'espace des homomorphismes continus (qui se note encore $\mathscr{L}_c$ (E, F) lorsque E et F sont des **espaces normés**).

(ii) Si f est une application linéaire, on distingue quatre classes importantes d'homomorphismes :

(a) si F = E, f étant quelconque, on définit un **endomorphisme** (de E). L'ensemble des endomorphismes est noté End (E, F) ;

(b) si f : E $\mapsto$ F est une **application bijective**, on l'appelle **isomorphisme** (entre E et F). L'ensemble des isomorphismes de E dans F est noté Isom (E, F) ;

(c) si F = E, f étant une **application injective** ou une application bijective, on dit que f est un **automorphisme** (de E, ou dans E). L'ensemble des automorphismes est noté Aut (E) ;

(d) si f : E $\mapsto$ F est un homorphisme surjectif, il est appelé **épimorphisme**.