HOMOTOPIE (A4, A9, A10, A13, G, H, I, J)
(17 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion topologique d'**homotopie** exprime l'idée de « **déformation continue** » d'un objet mathématique : application, fonction, variété topologique ou figure géométrique (cf aussi **forme**).

(i) Soit (E, $\mathcal{O}$) et (F, $\mathcal{G}$) deux **espaces topologiques**, f et g deux **applications** de E dans F et I = [a, b] $\subset$ **R** un segment réel.

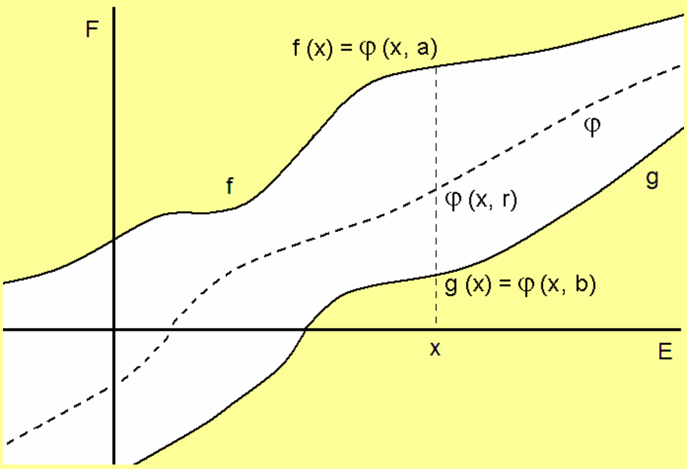
On dit que f est **homotope** à g, ou que f et g sont des **applications homotopes entre elles**, ssi il existe une **application continue** $\varphi : E \times I \mapsto F$ tq :

$$(1) \qquad \begin{cases} \varphi(x, a) = f(x), \\ \varphi(x, b) = g(x), \end{cases} \qquad \forall x \in E.$$

Dans l'ensemble $F^E = \mathcal{A}(E, F)$ des applications de E vers F, la relation « f est homotope à g » est une **relation d'équivalence**.

(ii) Ainsi, φ permet de réaliser une déformation continue de f vers g. Pour tout $t \in I$, on appelle parfois **déformation** de f, ou **fonction intermédiaire** (entre f et g), l'application $\varphi(., t) : E \mapsto F$ (cf schéma ci-dessous).

schéma d'une homotopie (r ∈ [a, b])



(iii) Cette notion, notamment utilisée en topologie différentielle, intervient aussi :

(a) dans certains problèmes statistiques non linéaires : **fonctions de vraisemblance**, **modèles non linéaires**, **régions de confiance** ou **régions critiques** d'un **test** ;

(b) dans les comparaisons entre **données** : eg la déformation de deux **ensembles** de données l'un pr à l'autre peut permettre des les rapprocher (ensembles similaires) ou, au contraire, des les « séparer » (ensembles non similaires entre eux) (cf **classification**, **méthode de PROCUSTE**, **variable morphologique**, **reconnaissance des formes**, **dissimilarité**, etc).