

## HYPOTHÈSE INVARIANTE (G, I)

(27 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, P_{\theta}^X)_{\theta \in \Theta}$  un **modèle image** et  $\mathcal{G}$  un **groupe de transformations** mesurables sur  $\mathcal{X}$ .

On dit que l'**hypothèse statistique** :

$$(1) \quad H : \theta \in \Lambda \quad (\text{avec } \Lambda \subset \Theta \text{ et } \Lambda \neq \emptyset)$$

est une **hypothèse invariante** pour le groupe  $\mathcal{G}$  ssi elle vérifie :

$$(2) \quad \bar{g}(\Lambda) = \Lambda, \quad \forall \bar{g} \in \bar{\mathcal{G}},$$

où  $\bar{\mathcal{G}}$  est le groupe des transformations mesurables  $\bar{g}$  induit par  $\mathcal{G}$  sur l'ensemble  $\Theta$ .

L'**invariance** de H précédente est donc une propriété (globale) de la famille  $\Lambda$  qui définit H.  $\Lambda$  est invariante ssi  $\Lambda^c$  est invariante. L'hypothèse d'invariance de  $\Lambda$  par l'action de  $\bar{\mathcal{G}}$  est naturelle si le modèle considéré est invariant par  $\mathcal{G}$  (cf **modèle invariant**).

La propriété (2) s'explique selon :

$$(3) \quad \theta \in \Lambda \Rightarrow \bar{g}(\theta) \in \Lambda, \forall \bar{g} \in \bar{\mathcal{G}}.$$

(ii) Les définitions précédentes se transposent au cas d'un modèle sous forme non paramétrée  $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, \mathcal{P}^X)$  : on pose  $\Theta = \mathcal{P}^X$  et  $\Lambda = \mathcal{L}^X$ , avec  $\mathcal{L}^X \subset \mathcal{P}^X$  et  $\mathcal{L}^X \neq \emptyset$ .