IDENTITÉ DE POLLACZEK-SPITZER (N)

(i) Soit $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ un **processus** réel scalaire iid en **temps** discret ($T = \mathbf{N}^*$). On pose :

$$T_N = \Sigma_{n=1}^{N} X_n \qquad \text{(total algébrique cumulé), avec } T_0 = 0,$$

(1) $$M_N = N \,.\, \max_n T_n \,,$$

$$T_N^+ = \max(0, T_N).$$

(ii) On note resp φ_N la **fonction caractéristique** de M_N et ψ_N celle de T_N^+.

On montre alors que :

(a) pour tout $z \in \mathbf{C}$ tq $|z| < 1$, les séries entières :

(2)
$$a(z, t) = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} \varphi_n(t)\, z^n,$$
$$b(z, t) = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} \psi_n(t)\, z^n,$$

sont convergentes, $\forall\, t \in \mathbf{R}$;

(b) l'**identité de F. POLLACZEK - F. SPITZER** :

(3) $$a(z, t) = e^{b(z, t)}, \qquad \forall\, (z, t) \in \mathbf{C} \times \mathbf{R},$$

est vérifiée.

(iii) Cette identité sert notamment dans l'étude des **processus** ou des **suites** aléatoires (cf eg **promenade aléatoire**).