INDICE (A3, F1, K1)
(15 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La notion d'**indice** se rencontre dans divers contextes usuels (cf aussi **coefficient**) :

(a) **famille d'éléments d'un ensemble**. Si E est un **ensemble** donné, une **famille** d'éléments de E est notée $x = (x_i)_{i \in I}$, où I est un ensemble a priori quelconque, appelé **ensemble d'indices** de la famille, et où $x_i \in E$, $\forall\, i \in I$;

(b) **tenseur** (resp **forme multilinéaire**) ou **matrice** (resp forme bilinéaire). Ainsi, une matrice $A = (a_{ij})_{(i,j)} \in M_{mn}$ (**K**) possède deux **ensembles d'indices**, l'ensemble N_m^* des indices de lignes (souvent noté I) et l'ensemble N_n^* des indices de colonnes (souvent noté J). Par suite, on note aussi $A = (a_{ij})_{i \in I, j \in J}$;

(c) **tableau statistique** (multidimensionnel), dont le formalisme est analogue au précédent (cf aussi **tableau de contingence**) ;

(d) **échantillon**, **série temporelle** ou **processus stochastique**. Si $X = (X_1 ,..., X_N)$ est un échantillon, l'**indice courant** n peut représenter eg

$(d)_1$ une **unité statistique** (individu) : on note aussi $i \in \{1,..., I\}$ au lieu de n = 1,..., N ;

$(d)_2$ ou l'**espace** : on note aussi $z \in \{1,..., Z\}$ au lieu de n = 1,..., N ;

$(d)_3$ ou encore le **temps** : on note généralement $t \in \{1,..., T\}$ au lieu de n = 1,..., N ;

$(d)_4$ ou encore un couple « unité-temps » (i, t), ou un couple « espace-temps » (z, t), ou même un triplet « unité-espace-temps » (i, z, t) ;

(e) **modèle statistique**. Chaque **observation** d'une **variable** d'un modèle peut être indicée par un indice n. Lorsqu'elle est « repérable » selon plusieurs **critères** (ou « dimensions »), elle peut être représentée dans un tableau statistique à plusieurs dimensions qui « croise » ces « **critères** » : eg unité et date d'observation, ou encore caractères croisés relatifs à une population, etc. Dans ce cas, la notation n de l'indice représente, de façon commode, un **multi-indice** $(n_1 ,..., n_k)$ (si k est le nombre de dimensions, ou de critères, du tableau statistique). On note plutôt $I = (i_1 ,..., i_k)$ au lieu de $n = (n_1 ,..., n_k)$. Par suite, on note $\alpha \in N_k^*$ pour repérer les dimensions, $\mathcal{I}_\alpha = \{1 ,..., n_\alpha\}$ pour repérer les « modalités » du critère α et $\mathcal{I} = \Pi_{i=1}^{k} \mathcal{I}_\alpha$ pour représenter l'ensemble des valeurs du multi-indice I.

Lorsqu'un multi-indice possède des valeurs en nombre fini (eg **tableau de BUYS-BALLOT**), on peut lui associer, de façon bijective, un **mono-indice**. Ainsi, en 3 dimensions, on peut associer à l'indice triple $n = (i, j, k) \in N_I^* \times N_J^* \times N_K^*$, l'indice $\alpha \in N_{IJK}^* = \{1 ,..., I\,J\,K\}$ défini selon :

(1) $\alpha = (k - 1) . I . J + (j - 1) . I + i.$