INEGALITÉ DE BESSEL (A04, A10, A16, C05, N)

(i) Soit E un **espace de HILBERT** dont le **produit scalaire** est noté (. | .), $(e_i)_{i \in I}$ une **famille** orthonormale d'éléments de E (cf **famille orthogonale de vecteurs**) et $x \in E$. Si l'on pose :

(1) $x_i = (x \mid e_i), \ \forall i \in I,$

alors la famille $(x \mid e_i)_{i \in I}$ est sommable et vérifie l'**inégalité de F.F.W. BESSEL** :

(2) $\Sigma_{i \in I} |x_i|^2 = \Sigma_{i \in I} |(x \mid e_i)|^2 \leq (x \mid x) = ||x||^2.$

(ii) Cette inégalité intervient dans de nombreux contextes mathématiques, probabilistes ou statistiques : **méthodes des fonctions orthogonales**, **processus du second ordre**, **transformation de FOURIER**.