INEGALITÉ DE BONFERRONI (I)
(15 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

L'**inégalité de BONFERRONI** donne une borne inférieure à une **suite** (finie) de seuils de première espèce (cf **erreur de première espèce**). Différentes variantes en ont été données (cf **équation de POINCARÉ**, **formule de POINCARÉ**, **théorème de POINCARÉ**).

(i) Soit $(H_i)_{i \in I}$ une **famille** (finie) d'**hypothèses statistiques**, chacune étant testées à l'aide d'une **statistique de test** S_i (avec $i \in I$). On suppose qu'une hypothèse donnée H_j est rejetée lorsque $\alpha_j \leq \alpha / \text{Card } I$.

Alors l'**inégalité de C.E. BONFERRONI** :

(1) $P\,(\Sigma_{i \in I}\, \alpha_i \leq \alpha / \text{Card } I) \leq \alpha \in [0, 1]$

garantit que la probabilité de rejeter au moins une hypothèse lorsque toutes sont vraies est majorée par α.

(ii) Dans un contexte voisin, si $P\,(A_i) \geq 1 - \alpha_i$, $\forall i \in I$ (ensemble fini), alors :

(2) $P\,(\Sigma_{i \in I}\, A_i) \geq 1 - \Sigma_{i \in I}\, \alpha_i$.

Par suite, si Card I **intervalles de confiance** ont été resp définis pour Card I paramètres scalaires $g_i\,(\theta)$, avec des $l_{i,N}$ pour **limites de confiance**, et si l'on pose :

(3) $A_{i,N} = [g_i\,(\theta) - l_{i,N}\,,\ g_i\,(\theta) + l_{i,N} \,.\, g_i\,(\theta)]$, $\forall i \in I$,

on établit la propriété :

(4) $P\,(A_{i,N}) \to_{N \to +\infty} 1 - (\alpha / N)$,

souvent utile en **théorie des tests** (cf eg **comparaison multiple**).