INÉGALITÉ DE HAJEK-RÉNYI (B05, C13, E)
(23 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite indépendante** constituée de **vars** $X_n : \Omega \mapsto \mathbf{R}$, centrées et de carré intégrables, ie tq, $\forall\ n \in \mathbf{N}$:

$$(1) \quad \begin{cases} E\, X_n = 0, & \forall\ n \in \mathbf{N}, \\ V\, X_n = \sigma_n^2 < +\infty. \end{cases}$$

Soit $c = (c_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une suite sur $\mathbf{R}$, décroissante et à termes positifs (ie tq $c_n > 0$ et $c_{n+1} \leq c_n$, $\forall\ n \in \mathbf{N}$).

L'**inégalité de J. HAJEK - A. RÉNYI** s'écrit :

$$(2) \quad P\,([\max_{N=L}^{M} c_N\,.\,|\Sigma_{n=1}^{N} X_n| \geq \varepsilon]) \leq \varepsilon^{-2}\,.\,\{c_L^2\, \Sigma_{N=1}^{L}\, \sigma_N^2 + \Sigma_{N=L+1}^{M}\, c_N^2\,.\,\sigma_N^2\},$$

$\forall\ (L, M) \in \mathbf{N}^2$ tq $L < M$ et $\forall\ \varepsilon > 0$.

Si $L = 1$ et $c_n = 1$ ($\forall\ n \in \mathbf{N}$), on obtient l'**inégalité de KOLMOGOROV**.